

## Лабораторна робота № 1.

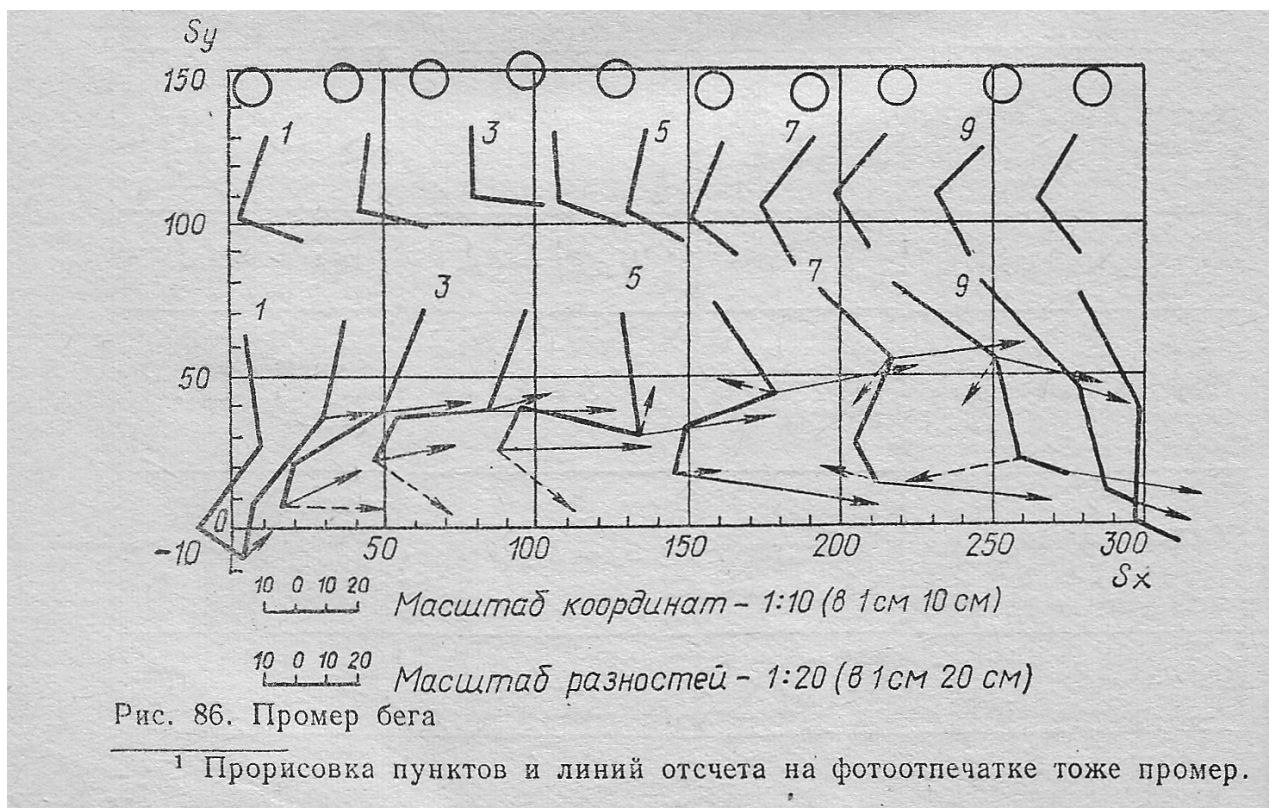
### Тема: Побудова проміру способом проекції.

Основні завдання:

1. Навчитися готувати матеріали для замальовки проміру.
2. Навчитися замальовувати промір.

Пояснення:

1. Промір – це замальовка розпізнавальних крапок (пунктів відліку) або схематичне зображення поз (з контурами тіла або без них) на одному аркуші паперу у встановленому масштабі у вигляді, придатному для вимірювань мал.1.



Промір дозволяє кількісно визначити розташування точок тіла відліку у просторі в кожній позі і зміна їх положень через однакові інтервали часу (при кінозйомці). На аркуші проміру, положень точок, зображується лінійний і записується чисельний масштаб, а також просторові орієнтири (горизонталь або вертикаль).

2. Масштаб проміру показує зменшення дійсних координат (натуральних розмірів) при зображенні їх на промірі. Чисельний масштаб - проста дріб, чисельник якої – одиниця, а знаменник - ступінь зменшення. Лінійний масштаб - це графічне зображення ступеня зменшення в лінійних одиницях. На прямій лінії відкладається ряд відрізків однакової довжини (підстава лінійного масштабу); на міліметровій папері за підставу лінійного масштабу зручно приймати 1 см. Число сантиметрів в натурі, відповідне

основі масштабу, називається величиною лінійного масштабу. Так, при масштабі 1: 10 записується : в 1 см 10 см.

3 Вибір масштабу проміру залежить від конкретних матеріалів і задач дослідження. При великому полі зйомки доводиться брати масштаб дрібніший масштаб (наприклад, 1: 40) зовсім непридатний для вимірювань через великі похибок. Для розрахунків зручний масштаб 1: 10, але для більшої точності бажано вибрати масштаб 1: 5 або 1: 3.

### **З а в д а н н я:**

1. В с т а н о в и т и м а с ш т а б п р о м і р у. Переглянувши кіноплівку, знайти вихідне і кінцеве положення частин тіла в досліджуваному русі". Розрахувати величину переміщення в натурі (по розмітці поля зйомки або масштабним рейкам). Вибрати масштаб з урахуванням переміщень і розміром проміру . Заготовивши аркуш паперу, замалювати на ньому лінійний масштаб. Покладіть на стіл збільшувача аркуш паперу для замальовки проміру, вправити плівку і встановити збільшення, відповідне масштабом.

2. В і д з н а ч и т и н а п р о м і р і й о г о о р і є н т и р и. Нанести на промір не менше двох нерухомих точок для поєднання їх при проекції наступних кадрів. Промальовувати орієнтирну лінію (горизонталь або вертикаль). У разі виходу орієнтирів з наступних кадрів намітити перехідні орієнтири.

3. З а м а л ю в а т и п р о м і р. Пересуваючи кадр за кадром з поєднанням орієнтирних крапок, проставляти на промірі всі пункти відліку для кожної пози. При малому переміщенні точок від кадру до кадру можна замальовувати весь промір через два між кадрових інтервалу (кадри 1, 3, 5 і т. д.). Біля кожної пози поставити дійсні порядкові номери кадрів. При схематичному зображенні поз крапки пунктів відліку кожної пози з'єднувати після замальовки чергового кадру, враховуючи розташування ланок тіла.

## **Лабораторна робота № 2.**

### **Тема: Зчитування координат і побудова за ними проміру.**

#### **Основні завдання:**

1. Навчитися будувати таблицю координат.
2. Навчитися зчитувати координати точок кожної пози (на кожному кадрі кінограми).
3. Навчитися будувати сітку координат для проміру.
4. Навчитися за координатами знаходити положення частин тіла і схематично викреслювати пози людини.

#### **Поясненя:**

1. Таблиця координат (табл. 3) служить для подальшого розрахунку швидкостей і прискорень, тому її треба будувати точно і однаково.

Визначення координат і побудова загального проміру доцільніше в тих випадках, коли неможливо застосувати спосіб проекції.

Число горизонтальних рядків таблиці має дорівнювати кількості поз на промірі, а число вертикальних колонок - подвоєному числу пунктів відліку (для координат по осях абсцис і ординат). Слід додати дві колонки для номерів поз (по обох осях).

2. Для зчитування координат зручно провести на кожному знімку горизонтальні і вертикальні орієнтирні лінії (через точку початку відліку і потім через кожні 5 см). Можна використовувати лінійку і трикутник.

3. Промір будують за координатами кожної точки щодо обраного початку координат, ліченим на кожному кадрі або знімку. Координати спочатку зчитуються по кожному знімку і записуються в таблицю координат.

В обох засобах побудови проміру (проекцією і за координатами) завжди попередньо вибирають масштаб зображення.

#### **Завдання:**

1. Накреслити таблицю координат, керуючись викладеними вище поясненнями.

2. Зчитати координати усіх пунктів відліку проміра і занести їх в таблицю координат.

3. Побудувати сітку координат. Визначити по таблиці координат найбільші значення  $S_x$  і  $S_y$ . За цими даними встановити розміри сітки координат. Розмітити осі координат через 10 мм і надписати чисельні значення. Табл 1.

Таблица координат

$s_x$	$c$	$b$	$a$	$m$	$t$	$s$	$p$	$d$	$s_y$	$c$	$b$	$a$	$m$	$f$	$s$	$p$	$d$
1	9	15	6	30	6	10	-9	3	1	145	125	100	89	68	28	0	-8
2	38	48	46	71	35	23	+5	4	2	146	129	105	100	70	33	8	-7
3	68	79	81	105	65	50	19	17	3	148	132	108	105	73	36	20	+4
4	99	108	108	131	98	88	53	45	4	149	131	106	98	72	34	32	19
5	129	136	130	151	130	133	94	89	5	146	127	102	88	69	32	36	24
6	159	163	151	167	161	182	150	147	6	143	126	102	81	70	41	30	15
7	190	189	173	186	192	222	204	211	7	142	128	106	83	75	53	23	9
8	221	217	199	210	222	251	256	269	8	143	131	111	87	77	53	18	10
9	252	248	230	242	250	276	286	301	9	144	131	112	88	75	44	11	4
10	282	279	266	281	278	298	296	307	10	142	128	107	85	72	36	1	-7

4. Побудувати промір. Наносячи точки всіх поз і провівши всі лінії (для кожної пози відразу ж після нанесення точок), перевірити правильність поз. Перш за все перевірити, чи схожі пози на природні пози людини. Буває, що, переплутавши координати  $S_x$  і  $S_y$ , отримують пози з розгинання коліна вперед або зі стопою в області голови.

### **Лабораторна робота № 3.**

**Тема: Розрахунок за координатами лінійних швидкостей і прискорень.**

Основне завдання - навчитися розраховувати лінійні швидкості і прискорення за способом різниць.

Пояснення:

1. Швидкість - це міра швидкості зміни положення точки тіла в просторі з плином часу. Вона вимірюється ставленням пройденого путі до витраченого часу. Щоб визначити шлях, пройдений точкою (при плоскому русі), розкладемо його на складові за двом напрямкам: по горизонталі (x) і по вертикалі (y).

Переміщення точки по горизонталі дорівнює різниці координат кінцевого положення(№ 3) і вихідне положення (№ 1), тобто  $Sx_3 - Sx_1 = Sx_3 - Sx_1$ , або, як її називають, «перша різниця».

Витрачений час  $t$  визначається за кількістю між кадрових інтервалів (L) і частоті зйомки (N):  $t=L/N$ .

За координатами  $\Delta s$  визначена, але поки без масштабу. Щоб знайти дійсний шлях точки, треба розділити її на величину масштабу (1/10), або помножити на величину, зворотну масштабу (M). Тоді дійсний  $\Delta s = M \Delta' s$ .

Будемо вважати її миттєвою горизонтальною швидкістю в момент проміжutoчній 2-й пози. Таким же способом розрахувати миттєві швидкості по горизонталі і вертикалі усіх точок проміру.

Однак, коли обробляють велику кінограму (багато поз), такий розрахунок дуже тривалий, так як потрібно обчислювати для кожної точки повну швидкість, множачи кожен величину різниці ( $\Delta s$ ) на розрахунковий коефіцієнт . Тому роблять простіше: будують або вектори швидкості, або кінематичні графіки.

Швидкості точок тіла людини практично безперервно змінюються під дією прикладених сил: чим більше сила, тим швидше змінюється швидкість.

Розглянемо прискорення точки.

2. Прискорення - це міра швидкості зміни швидкості з плином часу. Воно вимірюється ставленням приросту швидкості ( $\Delta v$ ) до часу ( $\Delta t$ ), витраченому на це прирощення. Прискорення, як і швидкість, зручно (в плоскому русі) розраховувати за двома складовими – горизонтальною і вертикальною:

$$a = \Delta v / \Delta t$$

Тут  $\Delta s$  " - різниця перших різниць, або « друга різниця »(наприклад,  $\Delta^2 x$ ). Це середнє прискорення на ділянці шляху (наприклад, від 2-ї до 4-ї візи). Будемо вважати його миттєвим прискоренням у момент проміжної лози.

Таким же способом розраховується вертикальне прискорення тієї ж точки в той же час. Як і у випадку дослідження швидкостей, тут доцільно використовувати вектори прискорення або кінематичні графіки.

3. Перші різниці ( $\Delta's$ ) - це величини чисельника у формулі швидкості  $v=\Delta s/\Delta t$ , виражені в одиницях довжини. Це не самі швидкості, але так як їх розрахунку береться однакове  $\Delta t$  ( $L$  постійно), то різниці прямо пропорційні швидкостям. Отже, другі різниці ( $\Delta s$ ) це величини чисельника у формулі прискорення  $a=\Delta s/t^2$  -, виражені в одиницях довжини. Вони також прямо пропорційні до прискорень. Таким чином, якщо нас цікавить тільки те, як саме і коли змінюються швидкості

і прискорення, а не їх абсолютні величини, то можна не вести розрахунок до кінця, а розглядати тільки різниці.

Завдання:

1. Заготовити таблиці швидкостей і прискорень: викреслити дві таблиці, такі ж, як таблиця координат. Пронумерувати рядки (по кількості поз) і розмітити колонки (по кількості точок). На тому місці, де в таблиці координат стояли позначення і  $s_x$  і  $s_y$ , проставити в таблиці швидкостей  $\Delta'x$  і  $\Delta'y$  і в таблиці прискорень  $\Delta''x$  і  $\Delta''y$  у (див. табл. 4,5).

Таблиця 4

Таблиця скоростей

$\Delta'x$	<i>c</i>	<i>б</i>	<i>a</i>	<i>m</i>	<i>f</i>	<i>s</i>	<i>p</i>	<i>d</i>	$\Delta'y$	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>m</i>	<i>f</i>	<i>s</i>	<i>p</i>	<i>d</i>
1						—		—	1						—		—
2						40		14	2						8		12
3						65		41	3						1		26
4						83		72	4						—4		20
5						94		102	5						7		—4
6						89		122	6						21		—15
7						69		122	7						12		—5
8						54		90	8						—9		—5
9						47		38	9						—17		—17
10						—		—	10						—		—

Таблиця ускорень

$\Delta''x$	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>m</i>	<i>f</i>	<i>s</i>	<i>p</i>	<i>d</i>	$\Delta''y$	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>m</i>	<i>f</i>	<i>s</i>	<i>p</i>	<i>d</i>
1						—		—	1						—		—
2						—		—	2						—		—
3						43		58	3						—12		8
4						29		61	4						6		—30
5						6		50	5						25		—35
6						—25		20	6						5		—1
7						—35		—32	7						—30		10
8						—22		—84	8						—29		—12
9						—		—	9						—		—
10						—		—	10						—		—

2. Розрахувати перші і другі різниці (по горизонталі і вертикалі) для обраних точок. Візьмемо для прикладу дві точки:

*s* - колінний суглоб

*d* - пальці стопи.

Накладемо на таблицю координат таблицю швидкостей так, щоб бачити колонку цифр координат *S<sub>x</sub>* точки *s*. Віднімемо з координати 3-й пози координату 1-й:  $50 - 10 = 40$ . Запишемо  $\Delta'x$  в таблицю швидкостей в колонку *s* (колінний суглоб) лівої половини таблиці у другу строку.

Далі в третій рядок цієї колонки запишемо:  $88 - 23 = 65$ , в четверту:  $135 - 50 = 83$  і т. д. до кінця колонки. У першій і останній рядках даних немає, тому тут поставимо прочерк. Коли роблять розрахунок  $\Delta'y$  (по вертикалі), зустрічаються випадки вирахування з меншої величини більшої (різниця зі знаком «мінус»), віднімання негативних величин (їх треба складати, зберігаючи знак «мінус»), вирахування з негативних величин і т. д. Тут треба згадати відповідні правила віднімання.

Маючи заповнену колонку перших різниць для якої-небудь точки тіла, таким же прийомом можна розрахувати другі різниці. У таблицях 5 і 6 представлені розраховані  $\Delta'x$ ,  $\Delta'y$  і  $\Delta''x$ ,  $\Delta''y$  у до точок 5 і 1 (за таблицею координат, див. табл. 3). Звернути увагу на те, що в таблиці прискорень перші дві і останні два рядки даних не містять.

## **Лабораторна робота № 4**

**Тема: Побудова векторних і кінематичних графіків швидкостей і прискорень.**

**Основні завдання:**

1. Навчитися будувати векторні графіки лінійних швидкостей і прискорювань.
2. Навчитися будувати кінематичні графіки характеристик за часом.
3. Вивчити взаємний зв'язок у змінах кінематичних характеристик.

**Пояснення:**

1. Швидкості і прискорення-векторні величини: вони характеризуються модулем  $n$  напрямком і можуть складатися із собі подібними. Їх можна відобразити на промірі у вигляді стрілок певного розміру (в обраному масштабі) і відповідного напрямку. Напрямок вектора залежить від модулів його горизонтальної та вертикальної складових. Складаючи вектори складових за правилом паралелограма (за таблицею відповідних різниць), отримують повний вектор. Початок вектора - в тій точці на промірі, характеристика якої повинна бути їм представлена.

2. Масштаб зображення вибирається довільно, але з дотриманням двох умов: а) масштаб векторів горизонтальної та вертикальної складаючих повинен бути однаковим, інакше напрямок і модуль повного вектора будуть спотворені, б) масштаб векторів слід вибирати, враховуючи данні, отримані при розрахунку, щоб вектори вмістилися на промірі. Масштаб векторів швидкостей і прискорень між собою не пов'язані, так як це різні величини; порівнювати їх один з одним за величиною не можна.

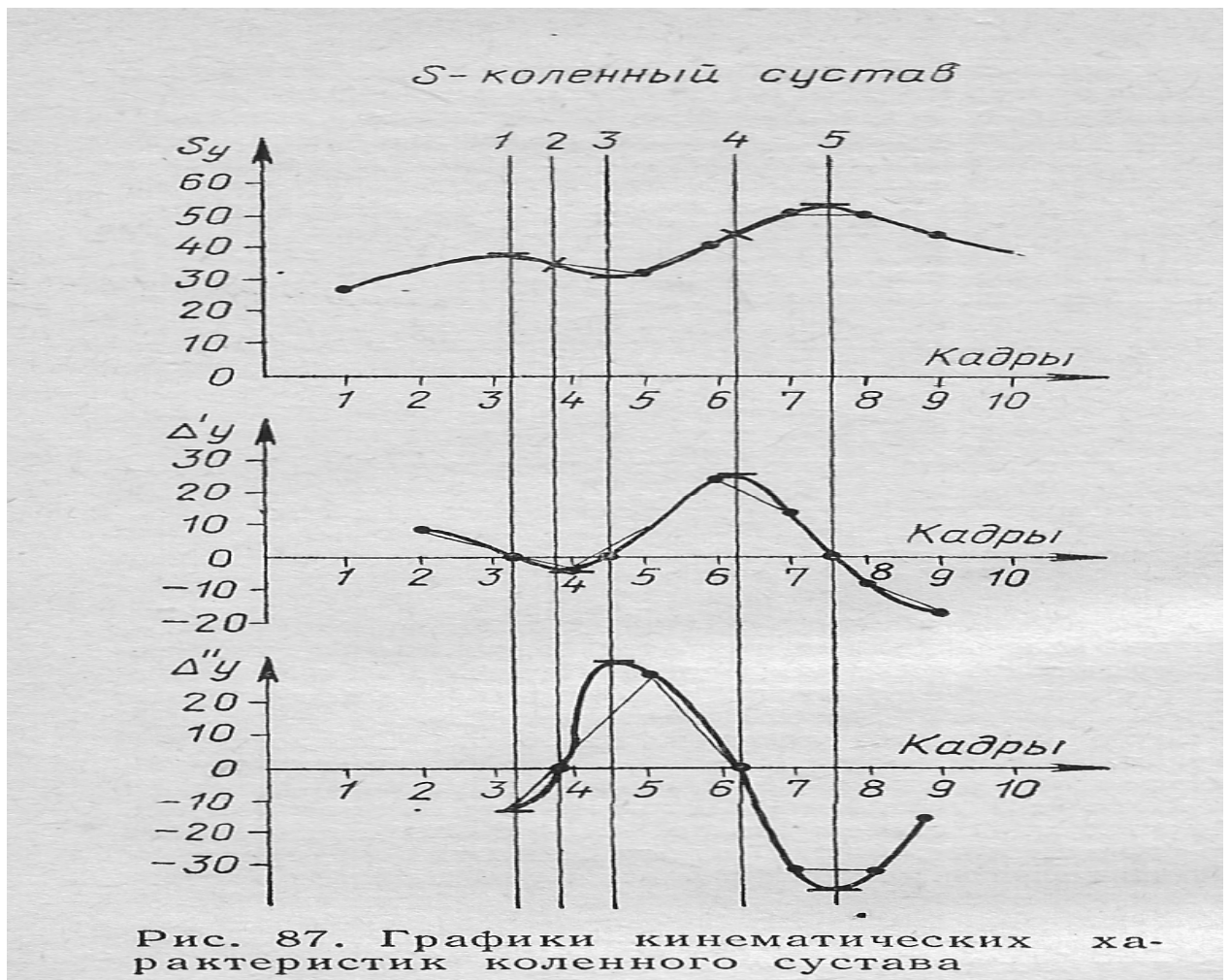
3. Для зображення вектора слід від його початку (відповідна точка проміру) відкласти по горизонталі в обраному масштабі довжину горизонтальної складової ( $\Delta'x$  або  $\Delta''x$ ) і з зазначеної точки відкласти по вертикалі довжину вертикальної складової ( $\Delta'y$  або  $\Delta''y$ ). Отриману точку з'єднати з початком вектора: намалювати вектор в умовному позначенні (наприклад, вектор швидкості - суцільною лінією, вектор прискорення - пунктиром або кольором).

4. Кінематичні графіки показують зміни величини кінематичної характеристики з плином часу. Якщо їх розташувати на аркуші паперу один під одним при однаковому масштабі і початку відліку часу, то можна зіставити зміни в часі різних характеристик.

**Завдання:**

1. Намалювати лінійний масштаб на промірі для векторів швидкостей і прискорень.
2. Намалювати вектори швидкостей і прискорень точок (за даними лабораторної роботи № 3).
3. Заготовити координатні сітки графіків. Для прикладу побудуємо





Графіки вертикальних характеристик колінного суглобу ( $s_y$ ,  $\Delta Y'$ ,  $\Delta y''$ ) (Дивися лабораторну роботу № 3). Розглянемо в таблицях координат, швидкостей і прискорень колонку точки колінного суглоба (x) у правій половині (вертикальні характеристики-у). Визначимо найбільші і найменші величини, щоб встановити розміри шкали (по вертикальній осі сітки) кожної характеристики (рис. 87).

По горизонтальній осі відкладемо 10 рівних відрізків, відповідних інтервалам часу між кадрами.

4. Побудувати графіки характеристик. Нанести на сітці кожної характеристики точки за даними таблиць. Якщо з'єднати ці точки один з одним за допомогою лінійки, то буде видно, що графіки вийшли незграбні, як ніби б характеристики миттєво різко змінювалися. Однак відомо, що на зміну швидкості завжди потрібний деякий час, тому графіки рухів не можуть мати вигляд ламаної лінії. Якби частота кінозйомки була більше, то графіки мали б вигляд більш плавних кривих.

5. Проаналізувати криві і встановити їх більш естественний вигляд. Спробуємо послідовно виправити графіки. На графіку вертикальних переміщень колінного суглоба ( $s_y$ ) від 7-ї до 8-ї точки проведена горизонтальна лінія. Навряд чи коліно так довго «трималося» на одному рівні. Очевидно, був його зліт і зниження. Провівши плавну криву вгору,

відзначимо її найвищу точку посередині між точками 7 і 8. Накреслимо вертикальну лінію (№ 5) і перевіримо, як вона проходить через інші графіки. У цей момент вертикальна швидкість з позитивною (рух вгору) стає негативною (рух вниз), значить, вона дорівнює нулю. Поєднавши на графіку у точки 7, 8 і 9 плавною кривою, побачимо, що не помилилися, провівши вертикаль № 5. На графіку прискорень ( $\Delta "y$ ) можна провести криву нижче точок 7 і 8 зі впаденою якраз на вертикалі № 5. І дійсно, до цього моменту негативне прискорення наростало, стало максимальним і далі зменшувалось. Міркуючи таким же чином, знайдемо між точками 4 і 5 вертикаль № 3 (при нульовій вертикальній швидкості найвище становище колінного суглоба і максимум позитивного вертикального прискорення) і трохи пізніше крапки 3 вертикаль № 1 (при нульовій вертикальній швидкості вище положення коліна і максимум негативного прискорення). Як видно, довелося змістити вищі і нижчі точки на графіках переміщень і прискорень і крива швидкості перетинає нульову лінію.

Тепер перевіримо, чи вірно зазначені вища і нижча точки графіка швидкості (близько точок 4 і 6). Коли швидкість максимальна, то це означає, що більше вона вже не росте. Значить, в цей момент прискорення дорівнює нулю і графік прискорення перетинає нульову лінію. Згладивши від руки графік прискорень уточнимо, де провести вертикалі № 2 і 4. У цей же момент на графіку переміщень змінюється напрямок кривизни, відбувається перегін кривої.

Сам процес уточнення графіків змушує задуматися над значенням характеристик і їх взаємозв'язків. Видно, що у переміщення і швидкості оди напрямок (рух коліна вниз - швидкість негативна; рух вгору - позитивна). Якщо швидкість збільшується, то у прискорення той же знак, тобто той же напрям, що і у швидкості. Якщо ж швидкість зменшується, то у прискорення протилежний напрямок (гальмуюча сила спрямована назустріч руху), знаки швидкості і прискорення протилежні. При крайньому положенні (верхньому або нижньому) швидкість нульова, а прискорення може бути навіть максимальним. Між крайніми положеннями, коли швидкість найбільша, прискорення дорівнює нулю (прискорююча сила змінюється гальмуючою).

## Лабораторна робота № 5.

**Тема: Розрахунок кутових швидкостей і прискорень по кутових координатах.**

**Основні завдання:**

Навчитися визначати кутові положення тіла (зчитувати кутові координати).

Навчитися розраховувати кутові швидкості і прискорення за способом різниць.

**Пояснення:**

1. Кутові положення, швидкості і прискорення характеризують не рух точки тіла, а все тіло. Однак для визначення цих величин потрібна розпізнавальна точка (пункт або лінія відліку) на тілі.

У нашому прикладі (великий оборот назад на перекладині) такою точкою обраний загальний центр тяжіння тіла (ЗЦТ) (рис. 88). Визначимо початок відліку - вертикальна лінія, проведена через стійку перекладини. Визначимо напрямок відліку за часовою стрілкою, у напрямку руху гімнаста. Одиниці відліку - кутові градуси (визначаються за допомогою транспортира).

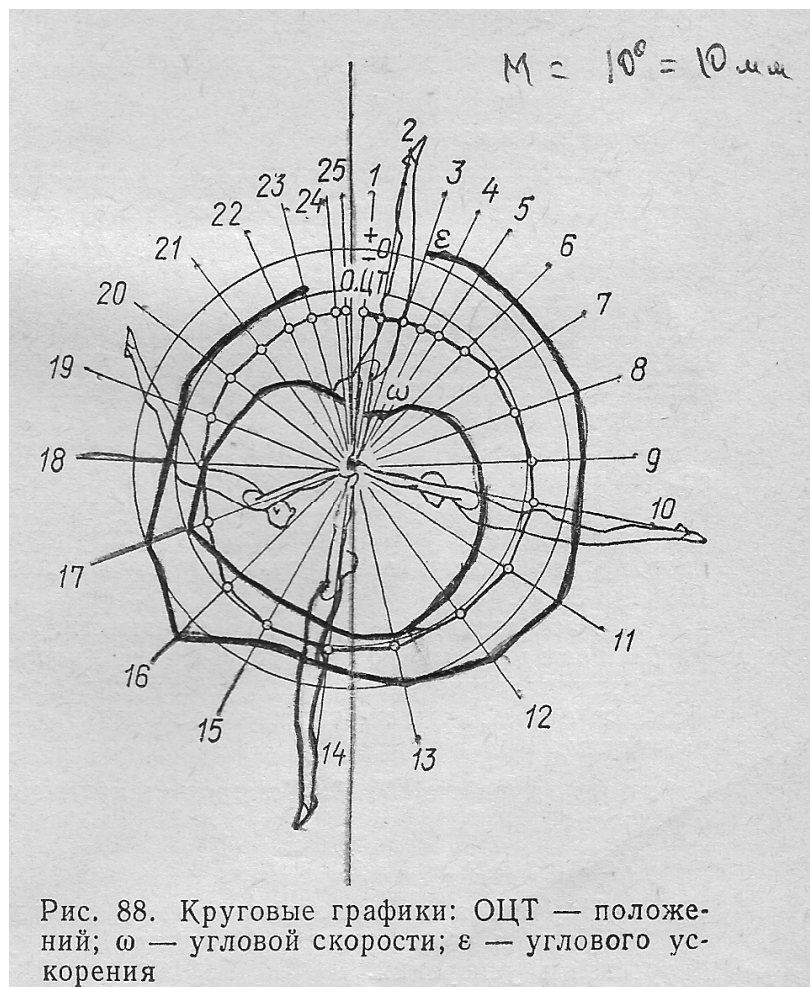


Рис. 88. Круговые графики: ОЦТ — положенный;  $\omega$  — угловой скорости;  $\varepsilon$  — углового ускорения

Відлік кутового положення тіла (кутова координата) в кожній позі ведеться по лінії від точки хвата до ЗЦТ, яка служить лінією відліку від вертикалі за годинниковою стрілкою до радіуса ЗЦТ, проведеного від грифа поперечини до ЗЦТ. Строго кажучи, під дією відцентрових сил тіла гімнаста і його ваги поперечина згинається і центр обертання переміщується. Якщо враховувати це переміщення, то розрахунок ускладнюється, але зазвичай їм нехтують. Виміряні кутові положення ( $\phi$ ) заносять у вертикальну колонку.

2. Кутова швидкість - це міра швидкості зміни кутового положення всього тіла в просторі з плином часу. Її вимірюють відношенням кутового переміщення ( $\Delta\phi$ ) до витраченому часу. Розрахунок ведеться за способом перших різниць, описаному в лабораторній роботі № 2. З кутової координати 3-й пози ( $\phi_3$ ) віднімається кутова координата 1-й пози ( $\phi^1$ ). Отримана різниця  $\phi_3 - \phi^1 = \Delta\phi_2$  дорівнює чисельнику формули кутової швидкості ( $CB_2 = \dot{\phi}$ ). Це шлях (у кутових одиницях), пройдений за два інтервали між кадрами. Ця різниця прямо пропорційна швидкості. В нашому прикладі при частоті зйомки 12 кадрів на секунду два інтервали дорівнюють  $1/6$  сек (розділивши відповідну  $\Delta\phi$  на  $1/6$  сек, отримаємо кутову швидкість в градусах за 1 сек).

3. Кутове прискорення - це міра швидкості зміни кутової швидкості з плином часу. Вона вимірюється ставленням приросту кутовий швидкості (позитивного чи негативного) до часу, витраченому на це прирощення. Розрахунок кутових прискорень ведеться за способом других різностей. З першої різниці 4-й пози віднімається перша різниця 2-й пози. Отримана друга різницю ( $\Delta\phi_4 - \Delta\phi_2 = \Delta^2\phi_3$ ) становить чисельник формули кутового прискорення. Вона прямо пропорційна прискоренню.

Розрахунок різниць ведеться через два інтервали  $i$ , середнє прискорення відноситься до проміжної точки.

#### З а в д а н н я:

1. Перенести на аркуш паперу з кінограми положення ЗЦТ (25 точок), осі поперечини і вертикалі (через стійку поперечини). Можна використати копірку, перемалювати на віконному склі (на просвіт), або проколоти голкою кожену точку. Проставити номери точок відповідних ЗЦТ, провести вертикаль.

2. Провести радіуси ЗЦТ від центру обертання до кожної точки, відповідної ЗЦТ. З'єднати всі ці точки, отримуючи тим самим траєкторію руху ЗЦТ. Провести коло радіусом ЗЦТ пози в природно випрямленому положенні ЗЦТ (поза № 7).

3. Заготовити таблицю для запису кутових положень ( $\phi$ ), розрахунку кутових швидкостей ( $\Delta\phi$ ) і кутових прискорень ( $\Delta^2\phi$ ) (табл. 6).

4. Визначити кутові положення (вимірюючи від вертикалі по ходу руху) транспортиром і записати в таблицю (графу  $\phi$ ). Після 13-й пози транспортир перекласти по інший бік вертикалі і продовжувати відлік від  $180^\circ$  (до  $360^\circ$ ).

5. Розрахувати перші і другі різниці. Віднімаючи з кутовий координати 3-й пози кутову координату 1-й пози, отримати першу різниця, прямо

пропорційну кутової швидкості в 2-й позі (записати у 2-й рядок 2-й колонки  $\Delta\varphi$ ). Таким же способом визначити кутові прискорення (за другим різницям).

### Лабораторна робота № 6.

**Тема: Побудова колових графіків кутових швидкостей і прискорень.**

Основні завдання:

1. Навчитися будувати кругові графіки кутових швидкостей і прискорень,
2. Вивчити взаємний зв'язок змін радіуса центру тяжіння, кутових швидкостей і прискорень.

Таблиця 6

Угловые координаты и их первые и вторые разности

Поза	$\varphi$	$\Delta'\varphi$	$\Delta''\varphi$	Поза	$\varphi$	$\Delta'\varphi$	$\Delta''\varphi$	Поза	$\varphi$	$\Delta'\varphi$	$\Delta''\varphi$
1	4	—	—	10	102	34	8	18	271	40	—7
2	10	13	—	11	120	40	12	19	291	35	—9
3	17	15	4	12	142	46	6	20	306	31	—7
4	25	17	4	13	166	46	—2	21	322	28	—9
5	34	19	5	14	188	44	—5	22	334	22	—9
6	44	22	7	15	210	41	—3	23	344	19	—9
7	56	26	8	16	229	41	1	24	353	13	—
8	70	30	6	17	251	42	—1	25	357	—	—
9	86	32	4								

Пояснення:

1. Зміни кутової швидкості тіла гімнаста і відповідні їм прискорення залежать від дії сили тяжіння (при русі вниз вона прискорює рух, при русі вгору вона його уповільнює), а також від зміни довжини радіуса ЗЦТ. Коли ЗЦТ наближається до поперечини, з'являється позитивне кутове прискорення і кутова швидкість збільшується; віддаляючи ЗЦТ від поперечини виробляє протилежну дію. Щоб простежити за впливом наближення ЗЦТ до центру обертання і віддалення від неї, з'єднати всі крапки, відповідні ЗЦТ, від № 1 до № 25 (включно, але не далі) суцільною лінією. Це траєкторія ЗЦТ.

2. Круговий графік кутових швидкостей зручно зобразити, відкладаючи величини кутової швидкості (перших різниць  $\Delta'\varphi$ ) на радіусах ЗЦТ від осі поперечини. Поеднавши всі крапки на радіусах (від №2 до № 24). отримаємо графік кутової швидкості.

3. Круговий графік кутового прискорення зображують інакше, ніж

графік кутової швидкості, так як швидкість має один знак (рух в одному напрямку), а у прискорення два знаки (позитивний - наростання швидкості і негативний - зменшення швидкості). За нульовий рівень приймемо коло довільного радіуса (центр її - вісь поперечини). Позитивні прискорення будемо відкладати по радіусах відповідних точок до центру від кола (від нуля), а негативні - від центру.

#### З а в д а н н я:

1. Намалювати кругові графіки кутових швидкостей і прискорень. Відкласти на радіусах ЗЦТ (починаючи з 2-ої пози) величину кутової швидкості в довільному масштабі (наприклад,  $10^\circ$  першій різниці, що дорівнює 10 мм). З'єднати отримані точки лініями. Відкласти на радіусах ЗЦТ (починаючи з 3-й пози) від окружності довільного радіуса позитивні прискорення до центру, негативні - від центру (масштаб: 10 мм відповідає  $10^\circ$  другій різниці). З'єднати точки лініями (див. рис. 88). Звернути увагу на те, що криві не замкнуті, оскільки немає даних для першої та останньої пози за швидкостями, для двох з початку і двох з кінця для прискорювань. Відзначити, що це графіки розглянутих характеристик по шляху, а не за часом.

2. Проаналізувати залежності руху від дії сили тяжіння і наближення тіла до осі поперечини. Помітити, де відбувається віддалення ЗЦТ від поперечини і його наближення до неї, які пов'язані з цим зміни прискорення і швидкості.

## **Лабораторна робота № 7.**

### **Тема: Побудова лінійної хронограми.**

#### **Основні завдання:**

1. Навчитися визначати моменти зміни руху, фази і періоди.
2. Навчитися креслити лінійні хронограми.

#### **Пояснення:**

1. Хронограма – це діаграма (креслення) тимчасових співвідношень. На осі часу відкладаються відрізки, відповідні тривалості частин (фаз) руху. Фаза починається і закінчується в моменти зміни руху (наприклад, закінчення польоту і початок опорного положення, закінчення опори і початок польоту). Момент зміни руху служить кордоном між двома сусідніми фазами.

2. По хронограмі можна визначити послідовність фаз, їх котрі тривалість і співвідношення їх тривалостей (ритм руху).

#### **Завдання:**

1. Визначити граничні моменти фаз. Розглядаючи кінограму (мал. 89), звернути увагу на межі між фазами польоту і опори (приземлення - пози № 5, 13, 22, 55 і відрив від опори - пози № 1, 9, 18, 24), між зльотом в польоті і зниженням до опори (пози № 3, 38). В опорі по руху ЗЦТ помітна амортизація і відштовхування в третьому опорному положенні (на руках): від пози № 13 до № 15 - амортизація, від № 15 до № 18 - відштовхування. У другому і четвертому опорних положеннях амортизація по руху ЗЦТ непомітна (компенсується махом руками вгору), але видно по згинанню ніг (від пози № 5 до № 7, від пози № 22 до № 23).

Накресливши таблицю, вписати у відповідну графу позначення моменту і номер кадру. Позначити момент краще не як початок або кінець якої фази (наприклад, кінець амортизації), а по певних признаках (що відбувається в цей момент).

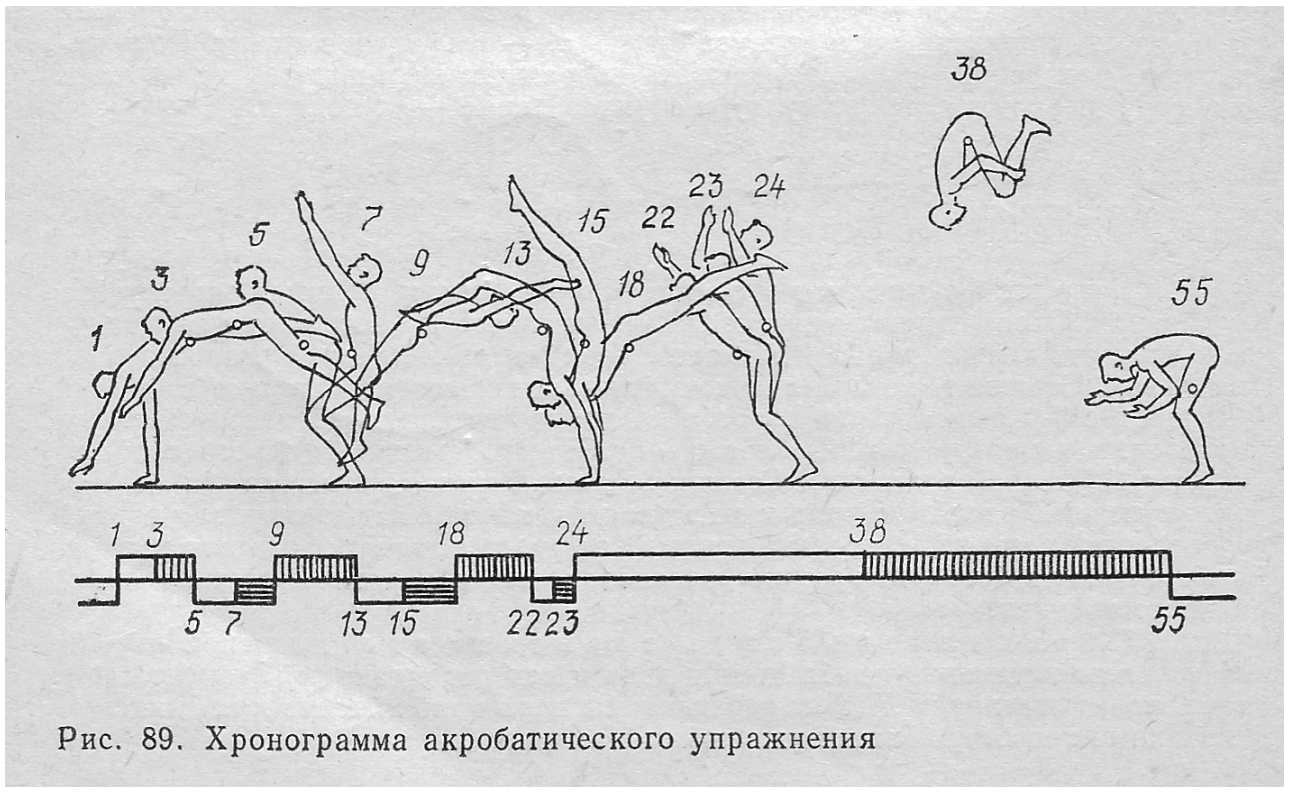


Рис. 89. Хронограмма акробатического упражнения

2. Визначити зміст і тривалість фаз. За записаними у таблицю моментам визначити зміст фаз, обмежених моментами, і записати в таблицю. Відзначити, які номери кадрів обмежують кожну фазу. Помітити, як побудована таблиця (зміщення строчок фаз відносно строчок моментів), що полегшує визначення кордонів фази. В останню графу вписати тривалість фаз - за кількістю інтервалів між кадрами. Частота зйомки - 24 кадру в секунду.

3. Накреслити лінійну хронограму. Провести вісь часу, встановити масштаб зображення і нанести його (у вигляді N кадрів) на вісь часу. Провести вісь хронограми (рис. 89). Відкласти на ній моменти зміни рухів (за таблицею) і надписати (зверху) назви моментів.

Відкласти фази (позначаючи їх прямокутниками): опорні - нижче осі хронограми, безопорні - вище осі. Надписати (знизу) назви фаз. Зобразити нижче хронограми схему поділу вправи на періоди. Звернути увагу на співвідношення тривалості опори і польоту (тривала опора і короткий політ в перших відштовхуваннях і зворотне співвідношення в останньому відштовхуванні). Простежити співвідношення тривалостей (ритм) амортизації та відштовхувань руками і ногами.



## Лабораторна робота № 8.

**Тема: Визначення положення загального центру тяжіння тіла графічним способом (складанням сил ваги)**

Основні завдання:

1. Навчитися визначати положення центрів тяжіння ланок (ЦТ).
2. Навчитися визначати положення загального центру тяжіння тіла (ЗЦТ).

Пояснення:

1. Центр тяжіння ланки – це уявна точка, до якої прикладена рівнодіюча сил тяжіння всіх частинок ланки. Дослідним шляхом (О. Фішер, Н. А. Бернштейн) були визначені середні дані про вагу ланок тіла і про положення їх центрів тяжіння. Якщо прийняти вагу тіла за 100%, то вага кожної ланки може бути виражена у відносних одиницях (у %). При виконанні розрахунків не обов'язково знати абсолютну вагу (в кг) ні всього тіла, ні кожної ланки. Центри ваги ланок визначені або по анатомічним орієнтирам (голова, кисть), або за відносною відстанню ЦВ від проксимального суглоба (радіус центра ваги - частина всієї довжини ланки кінцівок), або по пропорції (тулуб, стопа).

Таблица 7

Относительные веса и расположение центров тяжести звеньев тела

Название звена	Относительный вес (P) в %	Расположение ЦТ звена
Голова . . . . .	7	Над верхним краем наружного слухового отверстия
Туловище . . . . .	43	На линии между серединами осей плечевых и тазобедренных суставов на расстоянии 0,44 от плечевой оси
Плечо . . . . .	3	0,47
Предплечье . . . . .	2	0,42
Кисть . . . . .	1	Пястнофаланговый сустав 3-го пальца
Бедро . . . . .	12	0,44
Голень . . . . .	5	0,42
Стопа . . . . .	2	На линии между пяточным бугром и 2-м пальцем на расстоянии 0,44 от пятки

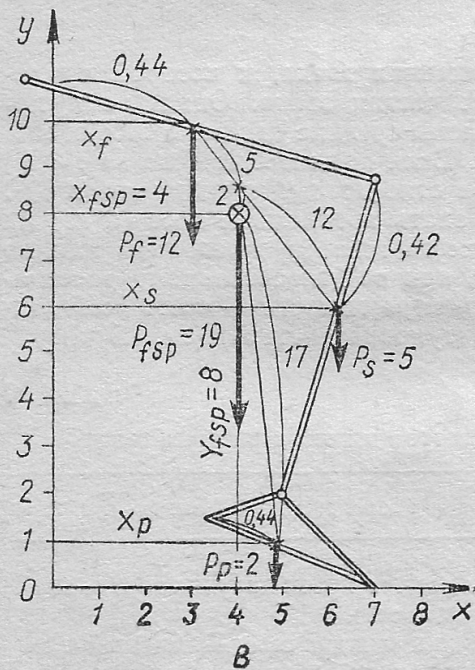
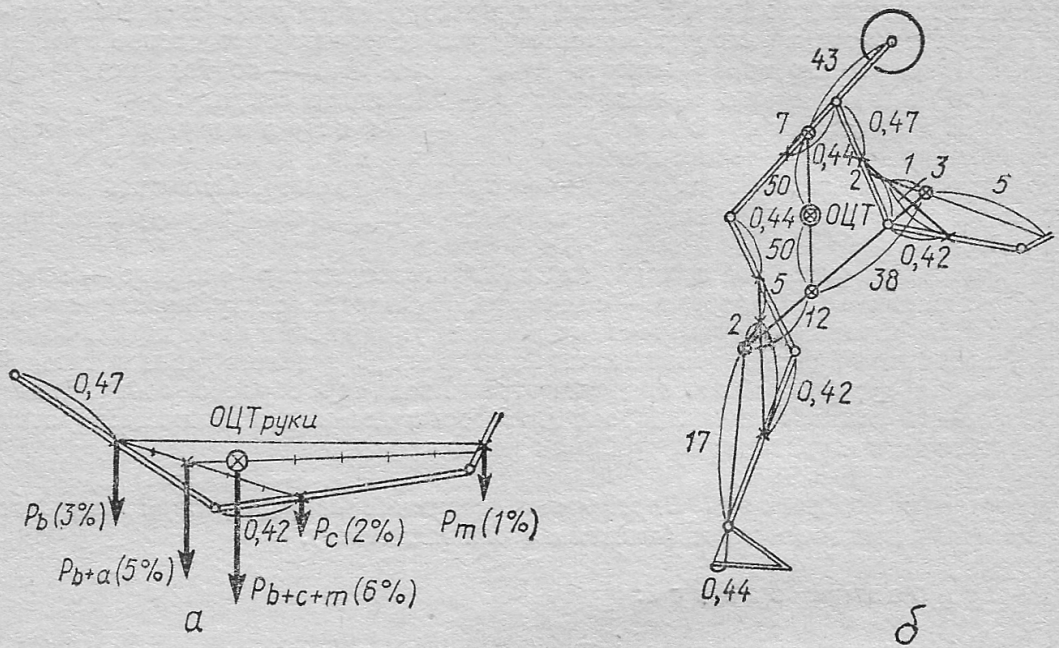


Рис. 90. Определение ОЦТ графически (а — звеньев руки; б — всего тела) и аналитически (в — звеньев ноги)

2. Для определения равнодействующей двух параллельных сил соединяют прямой линией точки их приложения. При сложении сил тяжести двух звеньев эта линия соединяет их ЦТ. На этой линии располагается точка приложения суммы двух сил (равнодействующей), т. е. общий центр тяжести двух звеньев. Например, общий центр тяжести плеча и предплечья расположен на линии, соединяющей их ЦТ (рис. 90, а). Так как вес плеча составляет 3%, а предплечья — 2% веса тела, то эту линию следует разделить на  $2 + 3 = 5$  частей. ЦТ двух звеньев расположен ближе к более тяжелому (соотношение отрезков линии 2 : 3, считая от плеча). Таким же способом нужно прибавить все силы тяжести остальных звеньев.

3. Положение ОЦТ и ЦТ звеньев важно определить при разборе условий равновесия в статическом положении. Изменением траектории движения центра тяжести определить действие внешних сил, приложенных в целом или внешних относительно соответствующего звена.

### З а в д а н н я:

1. Визначити положення ЦВ ланок тіла. На фотографії пози людини, користуючись анатомічними даними, помітити положення проєкцій осів суглобів. Поміряв довжину кожної довгої ланки, помножити її на

відповідне відношенню значення радіуса ЦВ. Користуючись цими даними і анатомічними орієнтирами, проставити ЦВ всіх ланок.

2. Знайти рівнодіючу всіх сил ваги. Зручно знайти спочатку ЦВ сил ваги плеча та передпліччя (вектори сил ваги малювати не потрібно, слід тільки пам'ятати відносні ваги ланок); далі, додавши вагу кисті, знайти ЗЦТ всієї руки. Так само послідовно підсумовувати ваги ланок ноги. Якщо положення симетричне, то, значить, ЦВ обох рук розташовані однаково, так само як і обох ніг. Визначаючи ЗЦТ всіх кінцівок, це можна ще не враховувати, але, додаючи до їх ваги вагу тулуба або голови, не можна забувати подвоїти вага кінцівок. Визначаючи положення ЦВ тулуба (якщо він зігнутий або розігнутий), правильно його положення наносити не на вигнутій поздовжньої осі, а на прямій лінії, що з'єднує плечовий і тазостегновий суглоби. Однак і тут буде допущена похибка, тому розрахункові способи визначення положень ЗЦТ менш точні, ніж експериментальні (зрівноважуванням).

3. Визначивши положення ЗЦТ голови і тулуба (50% ваги тіла), а також всіх кінцівок (інша половина ваги), названі дві точки з'єднують відрізком, який ділять навпіл. У цій точці і розташований ЗЦТ тіла (мал. 90, б).

## Лабораторна робота № 9.

**Тема: Визначення положення загального центру тяжіння тіла аналітичним способом (складанням моментів сил тяжіння по теоремі Варіньона).**

Основне завдання - навчитися визначати положення ЗЦТ складанням моментів сил ваги.

Пояснення:

1. Спосіб складання моментів сил ваги заснований на теоремі Варіньона: «Сума моментів сил щодо будь-якого центру дорівнює моменту суми цих сил (їх рівнодіюча) щодо того ж центру». Розглянемо для прикладу додавання моментів сил ваги трьох ланок Іогі (мал. 90, в). Визначимо спочатку положення ЦТ всіх трьох ланок (див. лабораторну роботу № 4). Виберемо довільно центр, щодо якого будемо визна-делять моменти сил тяжкості. Цю точку О можна поставити де завгодно, але зручніше її помістити внизу зліва від креслення, щоб всі моменти (x і y) були позитивні. Проведемо з цієї точки дві взаємно перпендикулярні осі Ох і Оу. Зауважимо, що їх напрямок щодо пози тіла не має ніякого значення. Фотознімок пози відносно цих осей можна розмістити в будь-якому нахилі. Це не вплине на становище ЗЦТ.

Далі вибирають любий масштаб, бажано (але не обов'язково) однаковий для обох осей. На кресленні для наочності позначимо координати центрів тяжіння ланок ( $x^f, x^s, x^p$  і  $y^f, y^s, y^p$ ) і сили тяжіння в відносних одиницях ( $P_f, P_s, P_p$ ). Момент сили тяжіння стегна щодо центру Про по осі x дорівнює добутку ваги стегна ( $P^p$ ) на відстань його ЦВ від осі x: (координата  $x^p$ ). Так само визначимо моменти сил тяжкості гомілки і стопи. Тепер запишемо суму цих моментів сил по теоремі Варіньона :

$$P_f x_f + P_s x_s + P_p x_p = P_{fsp} x_{fsp}$$

У лівій частині рівняння сума моментів сил ваги всіх ланок ноги відносно центру О по осі x, а в правій - момент їх рівнодіючий силі (P) З усіх величин рівняння невідома лише координата

$x^p$  \ це координата л; точки прикладання сили P / яр! тобто ЗЦТ всій носі, а її-то ми і шукаємо. Вона дорівнює:

$$x_{fsp} = \frac{P_f x_f + P_s x_s + P_p x_p}{P_{fsp}} = \frac{\sum P x}{P_{fsp}}$$

Так сумі моментів сил ваги, поділеної на вагу всієї ноги. Таким же засобом підставляючи до рівняння замість координат x ЦВ ланок їх координату y, знаходимо координату y ЗЦТ ноги. Координати x і y

визначають положення всієї ноги. Таким же способом визначають і ЗЦТ тіла.

Для зручності розрахунку складається таблиця запису, за допомогою якої зручно перевіряти зроблену роботу. В цієї таблиці стільки строк скільки ланок тіла. При симетричному положенні можливо не перевіряти записи даних однаково розташованих ланок, а помножити їх моменти на два. Якщо відносну вагу виражати не в відсотках, а в сотих долях одиниці, то після складання моментів сил ділити їх на вагу не потрібно. Сума моментів чисельно дорівнює відповідній координаті ЗЦТ. Як вже відмічалось вище, рахувати абсолютну вагу кожної ланки, помножив відносну вагу на абсолютну, немає сенсу. Це зайва арифметична дія. В наступній дії суму моментів прийдеться знову ділити на ту ж абсолютну вагу.

#### З а в д а н н я:

1. Помітити на фотознімку положення проєкцій осей суглобів і знайти положення ЦВ ланок.
2. Провести осі координат (з вільного центра) зчитати координати ЦВ ланок і записати їх в таблицю.
3. Підрахувати моменти сил ваги кожної ланки, записав у таблицю відносну вагу ланок (у відсотках чи долях одиниці) відносно обраного центра (початок координат)
4. Скласти моменти сил ваги (роздільно по осі  $x$  і  $y$ ) і поділити їх на відносну вагу тіла (у тих же одиницях)
5. Нанести положення ЗЦТ по знайденим координатам відносно початку координат.

## Лабораторна робота № 10

**Тема: Визначення моменту інерції тіла людини ( по методу В.А.Петрова).**

**Основне завдання** - навчитися приблизно розраховувати моменти інерції тіла.

**Пояснення:**

1. Розрахунок моменту інерції тіла (по таблиці В.А.Петрова) заснований на прирівнюванні ланок тіла людини до тонких однорідних брусків однакового січення. Для моделі стандартної людини (вага=70 кг, зріст(L)=1,70 м) момент інерції відносно осі, проходящей

через его середину:  $I_c = \frac{ml^2}{12}$ , и относительно осей, проходящей через конец:  $I_k = \frac{ml^2}{3}$  (рис. 91). Если ось вращения ( $a - a$ ) отстоит на  $L$  от какой-либо третьей оси  $z - z$  (параллельной первой оси), проходящей через середину, и параллельна ей, то момент инерции можно рассчитывать по формуле  $I_k = I_c + mL^2$ .

2. Для такого приближенного расчета применяют расчетную таблицу (см. табл. 9)<sup>1</sup>.

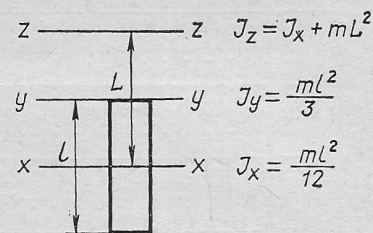


Рис. 91. Моменты инерции тела относительно параллельных осей

Таблица 9

Расчет момента инерции тела (по формуле  $I = mk$ )

№ п/п	Часть тела	Масса ( $\frac{\text{кг} \cdot \text{сек}^2}{\text{м}}$ )	Длина (l) части тела	r	K	Момент инерции ( $\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{сек}^2$ )
1	Голова . . . . .	0,49				
2	Туловище . . . . .	3,30				
3	Бедро правое . . . . .	0,87				
4	Бедро левое . . . . .	0,87				
5	Голень—стопа пра- вая . . . . .	0,43				
6	Голень — стопа ле- вая . . . . .	0,43				
7	Вся нога правая . . . . .	1,30				
8	Вся нога левая . . . . .	1,30				
9	Рука правая . . . . .	0,37				
10	Рука левая . . . . .	0,37				
Все тело						

**Примечание.** При положении тела с согнутыми ногами в расчетной таблице заполняют строки 3—6, при выпрямленных ногах — строки 7—8.

В колонку 4 записывают длину звена (в м), в колонку 5 — расстояние центра (середина) звена (r) от оси вращения (в м). В колонку 6 записывают значение коэффициента K из таблицы 10, где слева записаны расстояния r, а сверху — длина звеньев l. Например, коэффициент K для расстояния r = 0,80 м и l = 0,60 м равен 0,670.

<sup>1</sup> Таблица В. А. Петрова составлена в так называемой технической системе единиц МКГСС, где единица силы — кгГ, а единица массы —  $\frac{\text{кгГ} \cdot \text{сек}^2}{\text{м}}$ .

Таблица расчетных коэффициентов  $K$  (для расчета момента инерции по формуле  $I = \pi K r^4$ )

Метры	Длина звена ( $l$ )															
	0	0,3	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20
0,0	0,00	0,008	0,010	0,013	0,017	0,020	0,025	0,030	0,035	0,041	0,047	0,053	0,068	0,083	0,101	0,120
0,1	0,01	0,018	0,020	0,023	0,037	0,031	0,035	0,040	0,045	0,051	0,057	0,063	0,078	0,093	0,101	0,130
0,15	0,02	0,031	0,033	0,036	0,040	0,044	0,048	0,053	0,058	0,064	0,070	0,076	0,091	0,106	0,124	0,143
0,20	0,04	0,048	0,050	0,053	0,057	0,061	0,065	0,070	0,075	0,081	0,087	0,093	0,108	0,123	0,141	0,160
0,25	0,06	0,068	0,070	0,073	0,077	0,081	0,085	0,090	0,095	0,101	0,107	0,113	0,128	0,143	0,161	0,180
0,30	0,09	0,098	0,100	0,103	0,107	0,111	0,115	0,120	0,125	0,131	0,137	0,143	0,158	0,173	0,191	0,210
0,35	0,12	0,128	0,130	0,133	0,137	0,141	0,145	0,150	0,155	0,161	0,167	0,173	0,188	0,203	0,221	0,240
0,40	0,16	0,168	0,170	0,173	0,177	0,181	0,185	0,190	0,195	0,201	0,207	0,213	0,228	0,243	0,261	0,280
0,45	0,20	0,208	0,210	0,213	0,217	0,221	0,225	0,230	0,235	0,241	0,247	0,253	0,268	0,283	0,301	0,320
0,50	0,25	0,258	0,260	0,263	0,267	0,271	0,275	0,280	0,285	0,291	0,297	0,303	0,318	0,333	0,351	0,370
0,55	0,30	0,308	0,310	0,313	0,317	0,321	0,325	0,330	0,335	0,341	0,347	0,353	0,368	0,383	0,401	0,420
0,60	0,36	0,368	0,370	0,373	0,377	0,381	0,385	0,390	0,395	0,401	0,407	0,413	0,428	0,443	0,461	0,480
0,65	0,42	0,428	0,430	0,433	0,437	0,441	0,445	0,450	0,455	0,461	0,467	0,473	0,488	0,502	0,521	0,540
0,70	0,49	0,498	0,500	0,503	0,507	0,511	0,515	0,520	0,525	0,531	0,537	0,543	0,558	0,563	0,591	0,610
0,75	0,56	0,568	0,570	0,573	0,577	0,581	0,585	0,590	0,595	0,601	0,607	0,613	0,628	0,643	0,661	0,680
0,80	0,64	0,648	0,650	0,653	0,657	0,661	0,665	0,670	0,675	0,681	0,687	0,693	0,708	0,723	0,741	0,760
0,85	0,72	0,728	0,730	0,733	0,737	0,741	0,745	0,750	0,755	0,761	0,767	0,773	0,788	0,803	0,821	0,840
0,90	0,81	0,818	0,820	0,823	0,827	0,831	0,835	0,840	0,845	0,851	0,857	0,863	0,878	0,893	0,911	0,930
0,95	0,90	0,908	0,910	0,913	0,917	0,921	0,925	0,930	0,935	0,941	0,947	0,953	0,968	0,983	0,001	1,020
1,00	1,00	1,008	1,010	1,013	1,017	1,021	1,025	1,030	1,035	1,041	1,047	1,053	1,068	1,083	1,101	1,120
1,10	1,21	1,218	1,220	1,223	1,227	1,231	1,235	1,240	1,245	1,251	1,257	1,263	1,278	1,293	1,311	1,330
1,20	1,44	1,448	1,450	1,453	1,457	1,461	1,465	1,470	1,475	1,481	1,487	1,493	1,508	1,523	1,541	1,560
1,30	1,69	1,698	1,700	1,703	1,707	1,711	1,715	1,720	1,725	1,731	1,737	1,743	1,758	1,773	1,791	1,810
1,40	1,96	1,968	1,970	1,973	1,977	1,981	1,985	1,990	1,995	2,001	2,007	2,013	2,028	2,043	2,061	2,080
1,50	2,25	2,258	2,260	2,263	2,267	2,270	2,275	2,280	2,285	2,291	2,297	2,303	2,318	2,333	2,351	2,370
1,60	2,56	2,568	2,570	2,573	2,577	2,581	2,585	2,590	2,595	2,601	2,607	2,613	2,628	2,643	2,661	2,680
1,70	2,89	2,898	2,900	2,903	2,907	2,911	2,915	2,920	2,925	2,931	2,937	2,943	2,958	2,973	2,991	3,010
1,80	3,24	3,248	3,250	3,253	3,257	3,261	3,265	3,270	3,275	3,281	3,287	3,293	3,308	3,323	3,341	3,360
1,90	3,61	3,618	3,620	3,623	3,627	3,631	3,635	3,640	3,645	3,651	3,657	3,663	3,678	3,693	3,711	3,720
2,00	4,00	4,008	4,010	4,013	4,017	4,021	4,025	4,030	4,035	4,041	4,047	4,053	4,068	4,083	4,101	4,120

Расстояние от оси вращения до центра звена ( $r$ )

Визначивши на промірі в масштабі дійсну довжину ланок ( $L$ ) їх центри, а також відстань від цих центрів до осі обертання ( $r$ ) по таблиці розрахункових коефіцієнтів (див.табл. 10 визначають моменти інерції ланок (колонка 7, табл. 9)

#### З а в д а н н я:

1. Побудувати розрахункову таблицю для визначення моменту інерції тіла.
2. На промірі змірити і перерахувати згідно масштабу дійсну довжину ланок тіла.
3. Визначити ( по радіусам центра ваги) положення центрів тяжіння кожної ланки, змірити їх відстань ( $r$ ) до осі обертання і перерахувати згідно масштабу в дійсну довжину Записати отримані дані в колонку 5 розрахункової таблиці.
4. Знайти по даним ( $L$ ) і ( $r$ ) для кожної ланки в таблиці коефіцієнтів величини і записати в колонку 6 розрахункової таблиці.
5. Помножив масу  $m$  на коефіцієнт  $K$ , визначити момент інерції кожної ланки і записати його значення в колонку 7 розрахункової таблиці.
6. Додав моменти інерції усіх ланок, записати в розрахункової таблиці момент інерції всього тіла у строку 11 колонки 7.